Skript zur Vorlesung „Mathematische Wirtschaftstheorie“ von Prof. Kindler

Andreas Balser[1]

9. April 2003

[1]balser@mathematik.tu-darmstadt.de

Inhaltsverzeichnis

Vorwort **4**

0 Einführung **5**

0.0 Notation . . . 5

0.1 Beispiel (Schweinezyklus) . . . 6

0.2 Beispiel (einsame Insel) . . . 7

1 Leontieffs Modell **9**

1.1 Das geschlossene Input-Output-Modell . . . 9

1.2 Etwas „Perron-Frobenius-Theorie“ . . . 11

1.3 Zurück zum geschlossenen Input-Output Modell . . . 14

1.4 Das offene Input-Output Modell . . . 15

2 von Neumannsches Modell **17**

2.3 Hauptsatz der Spieltheorie . . . 20

2.6 Satz von Kemeney – Morgenstern – Thomson – Howe . . . 22

3 Binäre Relationen **23**

3.7 Lemma von Zorn . . . 24

3.12 Filter und Ultrafilter . . . 27

4 Tauschökonomien **29**

4.3 1. Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie . . . 30

4.7 Trennungssatz im $\mathbb{R}^n$ . . . 33

4.8 2. Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie . . . 33

5 Nutzenfunktionen **37**

5.1 Reelle Funktionen . . . 37

5.6 Nutzenfunktionen . . . 39

5.17 Satz von Debreu . . . 43

6 Nichtexistenz einer gerechten Gesellschaftsordnung **45**

6.4 Paradoxon von Condorcet (1785) . . . 46

6.7 Unmöglichkeitssatz von Arrow . . . 47

6.8 Möglichkeitssatz von Fishburn . . . 47

7 Das Minimaxprinzip von Ky Fan **51**
7.1 Lemma von Sperner . . . 51
7.2 Satz von Knaster-Kuratowski-Mazurkiewicz . . . 52
7.3 Satz von Ky Fan . . . 53
7.4 Ky Fansches Minimaxprinzip . . . 53
Beweis des Hauptsatzes der Spieltheorie . . . 54

8 Korrespondenzen **57**
8.11 Maximumsatz von Berge . . . 61
8.13 Fixpunktsatz von Kakutani . . . 63
8.15 Fixpunktsatz von Brouwer . . . 63
8.17 Satz von Arrow-Debreu-Nash . . . 64

9 Gleichgewichte in Ökonomien mit Privateigentum **65**
9.6 Satz von Arrow-Debreu . . . 70
9.10 Satz von Arrow-Debreu-Uzawa . . . 72
9.11 Ein zweiter Zugang . . . 75
9.12 Satz von Gale-Nikaido-Debreu . . . 75

10 Cournot-Nash-Gleichgewichte, Oligopole **77**
10.3 Satz von Nikaido-Isoda . . . 79
10.4 Das Stackelberg'sche Führer-Folger-Prinzip . . . 79
10.5 Satz von Wald . . . 80

11 Kooperatives Verhalten **83**
11.9 Satz von Bondareva-Shapley . . . 86

Literatur **89**

Vorwort

Dieses Skript entstand im Laufe des WS 01/02 parallel zur Vorlesung. Sicherlich sind (imer noch) einige Tippfehler enthalten. Wer welche findet möge sie mir (unter der auf dem Deckblatt angegebenen Email-Adresse) zuschicken, damit ich sie in der nächsten Ausgabe verbessern kann.

Bedanken möchte ich mich an dieser Stelle bei Clemens Krauß, Petrissa Gath, Raphael Overbeck sowie Herr Professor Kindler für das Auffinden diverser Tippfehler.

Im Moment enthält nur Kapitel 4 Skizzen. Es würde mich freuen, wenn jemand Skizzen zu den anderen Kapiteln erstellen würde. Falls sie mir als .eps-Datei (encapsulated Postscript – wird von fast allen Zeichenprogrammen unterstützt) zugeschickt werden, binde ich sie natürlich sofort ein.

Verständlicherweise kann ich nicht für die Exaktheit der Mitschrift garantieren...

Die meisten Fußnoten sind Anmerkungen von mir, die nicht zur eigentlichen Mitschrift gehören. Da sie nicht vom Professor stammen, sind sie mit der nötigen Vorsicht zu geniessen.

Im Zuge meiner Prüfungsvorbereitung habe ich einige Beweise etwas umgestellt (d.h. „m.E. vereinfacht oder eleganter formuliert"). Da viele dieser Änderungen Kleinigkeiten sind, habe ich nicht alle mit Herr Kindler durchgesprochen. Um auf die Veränderungen aufmerksam zu machen sind entsprechende Stellen mit ⊛ markiert.

Viel Spass beim Arbeiten mit dem Skript!

Andreas Balser